

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ПОВОЛЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ



УТВЕРЖДАЮ  
Декан ЭФ

УТВЕРЖДАЮ /Н.М. Стрельникова/  
(Ф.И.О. декана (директора института))

11.03.2024 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Б.1.1.11 Дифференциальные и разностные уравнения

(код и наименование дисциплины по учебному плану)

Направление подготовки  
(специальность)

01.03.05 Статистика

Квалификация выпускника

Бакалавр

(бакалавр/магистр/специалист)

Направленность

Прикладная статистика и анализ данных

Курс 1  
Семестр 2

**Распределение учебного времени**

Трудоемкость по учебному плану	108 / 3	часов/зачетных единиц
Лекции	18	часов
Лабораторные работы	-	часов
Практические занятия	36	часов
Иная контактная работа	-	часов
Всего контактной работы (без учета экз.)	54	часов
Контактная работа по экзамену	-	часов
Курсовой проект (работа)	-	семестр
Самостоятельная работа обучающихся (без учета экз.)	54	часов
Самостоятельная работа по подготовке к экзамену	-	часов
Экзамен	-	семестр
Зачет	2	семестр
БРК, ДЗ	-	семестр

(год)

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО направления подготовки (специальности) 01.03.05 Статистика

Программу составили:

доцент	ВМ	СОГЛАСОВАНО	Ф.А. Пайзерова
(должность)	(кафедра)		(И.О. Фамилия)

РАССМОТРЕНА и ОДОБРЕНА на заседании кафедры, за которой закреплена дисциплина  
Кафедра высшей математики

		(наименование кафедры)	
24.01.2024	протокол №	5	
(дата)			
Заведующий кафедрой	СОГЛАСОВАНО	В.А. Иванов	
		(И.О. Фамилия)	

Рабочая программа СОГЛАСОВАНА с факультетом (институтом), выпускающей(ими) кафедрой(ами).

СООТВЕТСТВУЕТ действующей ОП.

Заведующий кафедрой	СОГЛАСОВАНО	Л.В. Смоленникова
		(И.О. Фамилия)

Председатель методической комиссии факультета (института), в который входит выпускающая кафедра

СОГЛАСОВАНО	О.Е. Иванов
	(И.О. Фамилия)

Эксперт(ы): Жубрин Алексей Анатольевич, Помощник генерального директора АО «ММЗ» по информатизации – начальник управления информационных технологий

Рабочая программа проверена и зарегистрирована в УМЦ 12.03.2024 г.

Специалист учебно-методического центра СОГЛАСОВАНО /Т.А. Смирнова/

## Раздел 1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью освоения дисциплины является достижение планируемых результатов обучения, соответствующих установленным в ОПОП индикаторам достижения компетенций:

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения
1. УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Выполняет поиск необходимой для решения поставленной задачи информации, её критический анализ, обобщение и представление на основе знаний естественно-научных дисциплин и современных информационных технологий	<b>знания:</b> Основные научно-теоретические и прикладные аспекты естественных, общественных, гуманитарных наук; основные методы критического анализа и основы системного подхода как общенаучного метода <b>умения:</b> Находить и критически оценивать информацию, необходимую для решения поставленной задачи <b>навыки:</b> Навыки декомпозиции поставленной задачи, поиска, критического анализа и синтеза информации для ее решения
	УК-1.2 Систематизирует информацию, полученную из разных источников, в соответствии с требованиями и условиями задачи	<b>знания:</b> Основные научно-теоретические и прикладные аспекты естественных, общественных, гуманитарных наук; основные методы критического анализа и основы системного подхода как общенаучного метода <b>умения:</b> Сопоставлять разные источники информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений <b>навыки:</b> Навыки декомпозиции поставленной задачи, поиска, критического анализа и синтеза информации для ее решения
	УК-1.3 Выбирает оптимальный вариант решения задачи, аргументируя свой выбор	<b>знания:</b> <b>умения:</b> Анализировать поставленную задачу через выделение ее базовых составляющих на основе сформированного мировоззрения и достижений естественных, общественных, гуманитарных наук <b>навыки:</b> Навыки декомпозиции поставленной задачи, поиска, критического анализа и синтеза информации для ее решения
	УК-1.4 Разрабатывает варианты решения проблемной ситуации на основе системного подхода и критического анализа доступных источников	<b>знания:</b> <b>умения:</b> Предлагать различные варианты решения поставленной задачи, оценивать их последствия <b>навыки:</b> Способность предложить различные варианты решения поставленной задачи и оценить их последствия

## Раздел 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина относится к обязательной части ОПОП.

Дисциплина является обязательной

Для продолжения формирования заявленных компетенций необходимы знания предшествующих дисциплин: Математика (УК-1)

Изучаемая дисциплина является основой для продолжения формирования указанных компетенций в следующих государственной итоговой аттестации в форме: Подготовка к процедуре защиты и защита выпускной квалификационной работы (УК-1)

### Раздел 3. ОПИСАНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Для формирования заявленных компетенций используются методологические технологии, реализующие деятельностный, личностно-ориентированный, практико-ориентированный подходы.

Основными стратегическими технологиями являются: исследовательские, лекционные занятия, практические занятия, процедуры самообучения

На достижение конкретных целей обучения направлены применяемые тактические технологии: задания, классическая лекция

### Раздел 4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

#### 2 семестр

Виды и темы занятий	Количество часов	Формируемые компетенции
<b>Раздел 1. Дифференциальные уравнения первого порядка</b>	<b>36</b>	УК-1
Лекция. № 1. Общие сведения о дифференциальных уравнениях. Основные понятия. Физические и геометрические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Дифференциальные уравнения первого порядка. Основные понятия: поле направлений, изоклины, интегральные кривые, общее и частное решение, задача Коши. Геометрический смысл уравнения. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Дифференциальные уравнения с разделенными и разделяющимися переменными. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с разделяющимися переменными. Особые решения.	2	
Практическое занятие. № 1. Физические и геометрические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения с разделенными и разделяющимися переменными. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с разделяющимися переменными.	2	
Лекция. № 2. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения, приводящиеся к однородным уравнениям. Линейные уравнения первого порядка. Теорема об общем решении. Метод Лагранжа (метод вариации произвольной постоянной). Уравнения Бернулли.	2	
Практическое занятие. № 2. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения, приводящиеся к однородным уравнениям.	2	
Практическое занятие. № 3. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения Бернулли.	2	

Практическое занятие. № 4. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Метод Лагранжа (метод вариации произвольной постоянной).	2	
Лекция. № 3. Уравнения в полных дифференциалах. Признак уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Условие существования интегрирующего множителя, зависящего только от $x$ и от $y$ . Уравнения Лагранжа и Клеро. Приближенное решение дифференциальных уравнений первого порядка методом Эйлера. Некоторые применения дифференциальных уравнений первого порядка.	2	
Практическое занятие. № 5. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Уравнения Лагранжа и Клеро.	2	
Практическое занятие. № 6. Приближенное решение дифференциальных уравнений первого порядка методом Эйлера. Некоторые применения дифференциальных уравнений первого порядка.	2	
Практическое занятие. № 7. Контрольная работа № 1 «Дифференциальные уравнения первого порядка».	2	
Задания для самостоятельной работы, в том числе выполнение Задания для самостоятельной работы, в том числе выполнение Изучение конспектов и учебной литературы по теме лекции № 1, подготовка к практической работе на тему: физические и геометрические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения с разделенными и разделяющимися переменными. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с разделяющимися переменными. Изучение конспектов и учебной литературы по теме лекции № 2, подготовка к практической работе на тему: однородные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения, приводящиеся к однородным уравнениям. Изучение конспектов и учебной литературы по теме лекции № 2, подготовка к практической работе на тему: линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения Бернулли. Изучение конспектов и учебной литературы по теме лекции № 2, подготовка к практической работе на тему: линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Метод Лагранжа (метод вариации произвольной постоянной). Изучение конспектов и учебной литературы по теме лекции № 3, подготовка к практической работе на тему: уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Уравнения Лагранжа и Клеро. Изучение конспектов и учебной литературы по теме лекции № 3, подготовка к практической работе на тему: приближенное решение дифференциальных уравнений первого порядка методом Эйлера. Некоторые применения дифференциальных уравнений первого порядка.	16	
<b>Раздел 2. Дифференциальные уравнения высших порядков</b>	<b>18</b>	УК-1
Лекция. № 4. Дифференциальные уравнения высших	2	

порядков. Основные понятия: общее и частное решение, задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Уравнения, допускающие понижение порядка.		
Практическое занятие. № 8. Дифференциальные уравнения высших порядков. Уравнения, допускающие понижение порядка.	2	
Лекция. № 5. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Основные понятия: линейные дифференциальные уравнения $n$ -го порядка, линейные однородные, неоднородные уравнения. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка. Свойства решений. Теорема об определителе Вронского. Фундаментальная система решений. Теорема о структуре общего решения линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка. Линейные	2	
Практическое занятие. № 9. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка. Свойства решений. Определитель Вронского. Линейная зависимость и независимость систем функций. Фундаментальная система решений. Контрольная работа № 2 «Дифференциальные уравнения высших порядков».	2	
Задания для самостоятельной работы, в том числе выполнение Задания для самостоятельной работы, в том числе выполнение Изучение конспектов и учебной литературы по теме лекции № 4; подготовка к практической работе на тему: дифференциальные уравнения высших порядков. Уравнения, допускающие понижение порядка. Изучение конспектов и учебной литературы по теме лекции № 5; подготовка к практической работе на тему: линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка. Свойства решений. Определитель Вронского. Линейная зависимость и независимость систем функций. Фундаментальная система решений.	10	
<b>Раздел 3. Интегрируемые дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами</b>	<b>14</b>	УК-1
Лекция. № 6. Интегрируемые линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Теорема о структуре общего решения линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Общее решение в зависимости от корней характеристического уравнения. Интегрирование линейных однородных дифференциальных уравнений $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.	2	
Практическое занятие. № 10. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.	2	
Практическое занятие. № 11. Контрольная работа № 3 «Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка».	2	

Задания для самостоятельной работы, в том числе выполнение Задания для самостоятельной работы, в том числе выполнение Изучение конспектов и учебной литературы по теме лекции № 6; подготовка к практической работе на тему: линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.	8	УК-1
<b>Раздел 4. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения</b>	<b>22</b>	
Лекция. № 7. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения. Структура общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка. Метод вариации произвольных постоянных. Теорема о наложении решений.	2	
Практическое занятие. № 12. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения. Метод вариации произвольных постоянных. Теорема о наложении решений.	2	
Лекция. № 8. Интегрирование линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида. Интегрирование линейных неоднородных дифференциальных уравнений n-го порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида. Теорема о структуре общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения n-го порядка. Применение линейных дифференциальных уравнений к изучению колебательных явлений.	2	
Практическое занятие. № 13. Интегрирование линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.	2	
Практическое занятие. № 14. Применение линейных дифференциальных уравнений к изучению колебательных явлений.	2	
Практическое занятие. 15. Контрольная работа № 4 «Линейные неоднородные дифференциальные уравнения».	2	
Задания для самостоятельной работы, в том числе выполнение Задания для самостоятельной работы, в том числе выполнение Изучение конспектов и учебной литературы по теме лекции № 7; подготовка к практической работе на тему: линейные неоднородные дифференциальные уравнения. Метод вариации произвольных постоянных. Теорема о наложении решений. Изучение конспектов и учебной литературы по теме лекции № 8; подготовка к практическому занятию на тему: интегрирование линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида. Изучение конспектов и учебной литературы по теме лекции № 8; подготовка к практическому занятию на тему: применение линейных дифференциальных уравнений к изучению колебательных явлений.	10	УК-1
<b>Раздел 5. Системы дифференциальных уравнений</b>	<b>18</b>	

Лекция. № 9. Системы дифференциальных уравнений. Основные понятия. Теорема Коши. Интегрирование нормальных систем. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.	2	
Практическое занятие. № 16. Системы дифференциальных уравнений. Интегрирование нормальных систем.	2	
Практическое занятие. № 17. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.	2	
Практическое занятие. № 18. Численное интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений. Контрольная работа № 5 «Системы дифференциальных уравнений».	2	
Задания для самостоятельной работы, в том числе выполнение Задания для самостоятельной работы, в том числе выполнение Изучение конспектов и учебной литературы по теме лекции № 9, подготовка к практическому занятию на тему: системы дифференциальных уравнений. Интегрирование нормальных систем. Изучение конспектов и учебной литературы по теме лекции № 9; подготовка к практическому занятию на тему: системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.	10	
Иная контактная работа:	0	

## Раздел 5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Изучение дисциплины Б.1.1.11 "Дифференциальные и разностные уравнения" рекомендуется начать с ознакомления с рабочей программой, ее структурой и содержанием разделов. Учебный материал структурирован, изучение дисциплины осуществляется в тематической последовательности.

**Занятия лекционного типа** дают систематизированные знания по дисциплине "Дифференциальные и разностные уравнения", концентрируют внимание на наиболее сложных и важных вопросах. Во время лекционных занятий рекомендуется вести конспектирование учебного материала; обращать внимание на формулировки и категории, раскрывающие суть проблемы, явления или процесса; зафиксировать выводы и практические рекомендации.

**Подготовка к занятиям практического типа** включает ознакомление с планом практического занятия; работу с конспектом лекций, выполнение домашнего задания, работу с учебной и учебно-методической литературой, научными изданиями и электронными образовательными ресурсами, рекомендованными рабочей программой дисциплины "Дифференциальные и разностные уравнения".

Содержание **самостоятельной работы** определяется рабочей программой дисциплины "Дифференциальные и разностные уравнения" оценочными и методическими материалами, заданиями и указаниями преподавателя. Самостоятельная работа может осуществляться в аудиторной и внеаудиторной формах. Эффективным средством осуществления самостоятельной работы является электронная информационно-образовательная среда университета, которая обеспечивает доступ к образовательной программе, рабочей программе дисциплины "Дифференциальные и разностные уравнения", к электронным библиотечным системам, профессиональным базам данных и информационным справочным системам.

Периодичность проведения, формы текущего контроля успеваемости, система оценивания хода освоения дисциплины представлены в рабочей программе.

Формой промежуточной аттестации по дисциплине "Дифференциальные и разностные уравнения" является зачет во 2-ом семестре.

## Раздел 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 6.1. Учебно-методическое обеспечение

№№ п/п	Список используемой литературы	Количество экземпляров печатных изданий, имеющих в библиотеке, или электронный адрес издания (ресурса) в сети Интернет
<b>УЧЕБНЫЕ, УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ И НАУЧНЫЕ ИЗДАНИЯ</b>		
1.	Письменный, Дмитрий Трофимович. Конспект лекций по высшей математике [Текст] : [полный курс] / Д. Т. Письменный. 15-е изд. Москва: АЙРИС-ПРЕСС, 2018. - 602, [1] с. ISBN 978-5-8112-6472-8. Экземпляры: всего 9.	9
2.	Берман, Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа [Электронный ресурс] / Берман Г.Н. 10-е изд., стереотип. Москва: Лань, 2023. - 492 с. ISBN 978-5-8114-9878-9.	<a href="https://e.lanbook.com/book/386402">https://e.lanbook.com/book/386402</a>
3.	Агафонов, Сергей Алексеевич. Дифференциальные уравнения [Текст] : учеб. для вузов / С. А. Агафонов, А. Д. Герман, Т. В. Муратова ; ред.: В. С. Зарубин, А. П. Крищенко. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 1997. - 347 с. ISBN 5-7038-1274-7. Экземпляры: всего 4.	4
4.	Натансон, И. П. Краткий курс высшей математики [Электронный ресурс] : учебное пособие / И. П. Натансон. 10-е изд., стер. Санкт-Петербург: Лань, 2022. - 736 с. ISBN 978-5-8114-0123-9.	<a href="https://e.lanbook.com/book/210320">https://e.lanbook.com/book/210320</a>
5.	Сборник задач по высшей математике [Текст] : с контрольными работами : ряды и интегралы, векторный и комплексный анализ, дифференциальные уравнения, теория вероятностей, операционное исчисление. 2 курс / К. Н. Лунгу [и др.] ; под ред. С. Н. Федина. 7-е изд. Москва: АЙРИС-ПРЕСС, 2011. - 589, [1] с. ISBN 978-5-8112-4074-6. Экземпляры: всего 143.	143
6.	Высшая математика в упражнениях и задачах [Текст] : в 2 ч. : [учебное пособие для вузов] / П. Е. Данко [и др.]. Ч. 2, 2015. - 448 с. ISBN 978-5-94666-567-4. Экземпляры: всего 27.	27
7.	Дифференциальные уравнения [Текст] : типовой расчет для студентов специальностей 060800, 061000, 061100, 061500 / [сост. : Л. В. Петрова, Л. Н. Шарафутдинова]. Йошкар-Ола: МарГТУ, 2004. - 43 с. Экземпляры: всего	140

	140.	
8.	Дифференциальные уравнения. Числовые и степенные ряды [Текст] : метод. указания к выполнению типовых расчетов для студентов специальностей 060800, 061000, 061100, 061500 / [сост.: Л. В. Петрова, Л. Н. Шарафутдинова]. Йошкар-Ола: МарГТУ, 2004. - 46 с. Экземпляры: всего 108.	108
ЭЛЕКТРОННЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ РЕСУРСЫ		
1.	Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU	<a href="http://elibrary.ru">http://elibrary.ru</a>
2.	Научная электронная библиотека «Киберленинка»	<a href="http://cyberleninka.ru">http://cyberleninka.ru</a>
ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЕ БАЗЫ ДАННЫХ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ		
1.	Справочно-правовая система Консультант+	<a href="http://www.consultant.ru">http://www.consultant.ru</a>
2.	Информационно-правовой портал Гарант	<a href="http://www.garant.ru">http://www.garant.ru</a>
3.	Профессиональные справочные системы Техэксперт	<a href="http://www.cntd.ru">http://www.cntd.ru</a>

## 6.2. Материально-техническая база и программное обеспечение

№№ п/п	Аудитории для проведения учебных занятий, самостоятельной работы и проведения государственной итоговой аттестации	Перечень основного оборудования	Программное обеспечение
1.	239 (III)	Комплект учебной мебели (1)	Microsoft Windows Enterprise, Microsoft Office Standard, Агент Dr.Web, Microsoft Access, Microsoft Visio Professional, Microsoft Project Professional, Microsoft Visual Studio Enterprise, Комплект ПО для решения основных пользовательских задач, Справочная правовая система "Консультант Плюс", CorelDRAW Graphics Suite 2019, Комплект ГАРАНТ-Мастер

## Раздел 7. ФОРМЫ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ/ ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Критерии оценивания индикаторов достижения компетенций направлены на:

- усвоение теоретического материала (объем знаний, глубина усвоения), предусмотренного рабочей программой;
- умение излагать материал (четкость, грамотность изложения материала, точность и полнота воспроизведения учебного материала);
- умение применять теоретические знания при решении практических заданий.

Шкала оценивания представлена ниже.

Уровень сформированности элементов компетенции	Критерии оценивания	Шкала оценивания
Пороговый уровень	Обучающийся имеет знания основного материала, проявляет умение логично его излагать, но может допускать неточности в изложении материала, недостаточно правильные формулировки, испытывает затруднения в выполнении практических заданий	Зачтено

#### 7.1. Текущий контроль успеваемости

Текущий контроль успеваемости обеспечивает оценивание хода освоения дисциплины (модуля) и производится с применением технологии рейтингового контроля в соответствии с технологической картой дисциплины. Порядок составления технологической карты и алгоритм проведения процедуры оценивания видов деятельности обучающихся, направленных на освоение знаний, умений, навыков и/или опыта деятельности, по накопительной системе в баллах устанавливается положением о системе РИТМ в ФГБОУ ВО «ПГТУ»

#### 7.2. Промежуточная аттестация обучающихся

Промежуточная аттестация обучающихся направлена на оценивание результатов обучения по дисциплине (модулю) и проводится с использованием фондов оценочных средств.

Примеры типовых контрольных заданий из базы фонда оценочных средств по образовательной программе.

### **Пример билета промежуточной аттестации**

Поволжский государственный технологический университет

**БИЛЕТ № 0**

по дисциплине **«Дифференциальные и разностные уравнения»**

Направление **01.03.05 «Статистика»**

Направленность **«Прикладная статистика и анализ данных»**

1. Линейное дифференциальное уравнение первого порядка. Методы решения. Уравнения Бернулли.
2. Линейные однородные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка. Свойства решений уравнения.
3. Теорема о структуре общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения 2-го порядка.

Заведующий кафедрой высшей математики

профессор, докт. физ.-мат. наук

Иванов /

\_\_\_\_\_/ В.А.

«\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2024 г.

### Тест «Дифференциальные уравнения»

1. Общим решением дифференциального уравнения  $y' = y$  является

а.)  $y = C \cdot e^x$ , где  $C = const$     б.)  $y = C \cdot e^x$ , где  $C = const$     в.)  $y = e^x$

2. Общим решением дифференциального уравнения  $y' = 2x$  является

а.)  $y = x^2$     б.)  $y = 2 + C$ , где  $C = const$     в.)  $y = x^2 + C$ , где  $C = const$ .

3. Частным решением дифференциального уравнения  $y' = y$  является

а.)  $y = 2e^x$     б.)  $y = -e^x$     в.)  $y = C \cdot e^x$ , где  $C = const$ .

4. Частным решением дифференциального уравнения  $y' = y$ , удовлетворяющим заданному условию, что  $y(0) = 3$  является

а.)  $y = C \cdot e^x$ , где  $C = const$ ;    б.)  $y = 2e^x$ ;    в.)  $y = 3e^x$ .

5. Частным решением дифференциального уравнения  $y' = 2x$  является

а.)  $y = x^3$     б.)  $y = x^2$     в.)  $y = 2x^2$

6. Общим решением дифференциального уравнения  $y'' - 4y' - 5y = 0$  является

а.)  $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{5x}$ , где  $C_1 = const, C_2 = const$

б.)  $y = C_1 e^x + C_2 e^{-5x}$ , где  $C_1 = const, C_2 = const$

в.)  $y = C_1 e^{5x} + C_2 e^{-x}$ , где  $C_1 = const, C_2 = const$ .

7. Общим решением дифференциального уравнения  $y'' - 4y' + 13y = 0$  является

а.)  $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{3x}$ , где  $C_1 = const, C_2 = const$

б.)  $y = e^{2x}(C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x)$  где  $C_1 = const, C_2 = const$

в.)  $y = e^{3x}(C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$  где  $C_1 = const, C_2 = const$ .

8. Общим решением дифференциального уравнения  $y'' - 6y' + 9y = 0$

является

а.)  $y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{-3x}$ , где  $C_1 = \text{const}$ ,  $C_2 = \text{const}$

б.)  $y = C_1 e^{-3x} + C_2 e^{-3x}$ , где  $C_1 = \text{const}$ ,  $C_2 = \text{const}$

в.)  $y = C_1 e^{3x} + x C_2 e^{-3x}$ , где  $C_1 = \text{const}$ ,  $C_2 = \text{const}$ .

9. Общим решением дифференциального уравнения  $y'' + 6y' + 9y = 0$  является

а.)  $y = C_1 e^{-3x} + C_2 e^{-3x}$ , где  $C_1 = \text{const}$ ,  $C_2 = \text{const}$

б.)  $y = x C_1 e^{-3x} + C_2 e^{-3x}$ , где  $C_1 = \text{const}$ ,  $C_2 = \text{const}$

в.)  $y = C_1 e^{-3x} + C_2 x e^{-3x}$ , где  $C_1 = \text{const}$ ,  $C_2 = \text{const}$ .

10. Общим решением дифференциального уравнения  $y'' + 4y' + 13y = 0$  является

а.)  $y = e^{3x}(C_1 \cos(-2x) + C_2 \sin(-2x))$ , где  $C_1 = \text{const}$ ,  $C_2 = \text{const}$

б.)  $y = e^{2x}(C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x)$ , где  $C_1 = \text{const}$ ,  $C_2 = \text{const}$

в.)  $y = e^{-2x}(C_1 \cos 3x + C_2 \sin(-3x))$ , где  $C_1 = \text{const}$ ,  $C_2 = \text{const}$ .

11. Частное решение ЛНДУ 2-го порядка  $y'' - 5y' + 6y = (3x^2 - 5)e^{2x}$  имеет вид

а.)  $y^* = (Ax^2 + Bx + C)e^{2x}$

б.)  $y^* = (Ax^3 + Bx^2 + Cx)e^{2x}$

в.)  $y^* = (Ax^3 + Bx^2 + Cx)e^x$ .

12. Частное решение ЛНДУ 2-го порядка  $y'' - 5y' + 6y = 3x + 2$  имеет вид

а.)  $y^* = (Ax^2 + Bx)e^x$

б.)  $y^* = (Ax + B)e^x$

в.)  $y^* = Ax + B$ .

13. Частное решение ЛНДУ 2-го порядка  $y'' - 5y' + 6y = (3x^2 - 5)e^x$  имеет вид

а.)  $y^* = (Ax^2 + Bx + C)e^x$

б.)  $y^* = (Ax + B)e^x$

в.)  $y^* = (Ax^3 + Bx^2 + Cx)e^x$ .

14. Частное решение ЛНДУ 2-го порядка  $y'' - 2y' + y = e^x$  имеет вид

а.)  $y^* = Ax^2 e^x$

б.)  $y^* = x^2 e^x$

в.)  $y^* = A$ .

15. Частное решение ЛНДУ 2-го порядка  $y'' - 2y' + y = e^{-x}$  имеет вид

а.)  $y^* = Ax$

б.)  $y^* = Ae^{-x}$

в.)  $y^* = Ae^x$ .

16. Частное решение ЛНДУ 2-го порядка  $y'' - 2y' + y = x^2$  имеет вид

а.)  $y^* = (Ax^2 + Bx + C) e^x$

б.)  $y^* = x^2 e^x$

в.)  $y^* = Ax^2 + Bx + C$ .

17. Частное решение ЛНДУ 2-го порядка  $y'' - 4y' + 13y = e^{2x}$  имеет вид

а.)  $y^* = e^{2x}$

б.)  $y^* = Ae^{2x}$

в.)  $y^* = e^{2x}(A\cos 3x + B\sin 3x)$ .

18. Частное решение ЛНД 2-го порядка  $y'' - 4y' + 13y = x e^{2x}$  имеет вид

а.)  $y^* = A e^{2x}$

б.)  $y^* = (Ax + B) e^{2x}$

в.)  $y^* = e^{2x}(A\cos 3x + B\sin 3x)$ .

19. Частное решение ЛНДУ 2-го порядка  $y'' - 4y' + 13y = 4e^{2x}\sin 3x$  имеет вид

а.)  $y^* = e^{2x}(Ax\cos 3x + Bx\sin 3x)$

б.)  $y^* = Axe^{2x}\sin 3x$

в.)  $y^* = e^{2x}(A\cos 3x + B\sin 3x)$ .

20. Частное решение ЛНДУ 2-го порядка  $y'' - 4y' + 13y = (1-5x)e^{3x}\sin 2x$  имеет вид

а.)  $y^* = e^{3x}(Ax + B)\sin 2x$

б.)  $y^* = e^{2x}(A\cos 3x + B\sin 3x)$

в.)  $y^* = e^{3x}(A\cos 2x + B\sin 2x)$ .

21. Частное решение ЛНДУ 2-го порядка  $y'' - 4y' + 13y = e^{3x}\cos 2x$  имеет вид

а.)  $y^* = Ae^{3x}\cos 2x$

б.)  $y^* = e^{3x}(A\cos 2x + B\sin 2x)$

в.)  $y^* = xe^{3x}(A\cos 2x + B\sin 2x)$ .

22. Частное решение ЛНДУ 2-го порядка  $y'' - 4y' + 13y = e^{2x}(4x\cos 3x + (3x^2+1)\sin 3x)$  имеет вид

а.)  $y^* = xe^{2x}((Ax + B)\cos 3x + (Cx^2 + Dx + E)\sin 3x)$

б.)  $y^* = ((Ax^2 + Bx + C)\cos 3x + (Dx^2 + Ex + F)\sin 3x) e^{2x}$

в.)  $y^* = ((Ax^2 + Bx + C)\cos 3x + (Dx^2 + Ex + F)\sin 3x) xe^{2x}$ .

23. Частное решение ЛНДУ 2-го порядка  $y'' - 4y' + 13y = e^{3x}(4x\cos 2x + (3x^2+1)\sin 2x)$  имеет вид

а.)  $y^* = e^{3x}((Ax + B)\cos 2x + (Cx^2 + Dx + E)\sin 2x)$

б.)  $y^* = ((Ax^2 + Bx + C)\cos 2x + (Dx^2 + Ex + F)\sin 2x) e^{3x}$

в.)  $y^* = ((Ax^2 + Bx + C)\cos 2x + (Dx^2 + Ex + F)\sin 2x) xe^{3x}$ .

Перечень вопросов для проведения промежуточной аттестации

### **ВОПРОСЫ ДЛЯ ЗАЧЕТА**

4. Дифференциальные уравнения первого порядка. Формы записи уравнения.
5. Решение дифференциального уравнения первого порядка. Формы записи решения.

6. Поле направлений.
7. Теорема Коши о существовании и единственности решения дифференциального уравнения первого порядка. Задача Коши. Геометрический смысл.
8. Классификация дифференциальных уравнений первого порядка.
9. Физические и геометрические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
10. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Метод решения.
11. Однородные функции. Однородные дифференциальные уравнения. Равносильные определения. Метод решения.
12. Линейное дифференциальное уравнение первого порядка. Методы решения.
13. Метод вариации постоянных.
14. Уравнение Бернулли. Метод решения.
15. Уравнения в полных дифференциалах. Признак уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
16. Интегрирование методом введения параметров. Уравнения Лагранжа и Клеро.
17. Особые точки уравнения  $F(x, y, y') = 0$ .
18. Дифференциальные уравнения высших порядков. Формы записи уравнения.
19. Решение дифференциального уравнения  $n$ -го порядка. Формы записи решения.
20. Теорема Коши о существовании и единственности решения дифференциального уравнения  $n$ -го порядка. Задача Коши.
21. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка. Классификация. Методы решения.
22. Решение дифференциальных уравнений 2-го порядка вида .
23. Решение дифференциальных уравнений 2-го порядка вида , явно не содержащих искомой функции  $y$ .
24. Решение дифференциальных уравнений 2-го порядка вида , явно не

содержащих независимой переменной  $x$ .

25. Линейные однородные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка. Свойства решений уравнения.
26. Линейно зависящая система функций. Теорема об определителе Вронского.
27. Условие линейной независимости системы функций.
28. Фундаментальная система решений линейных однородных дифференциальных уравнений  $n$ -го порядка.
29. Структура общего решения линейного однородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка.
30. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение.
31. Вид общего решения и фундаментальной системы решений в зависимости от характера корней характеристического уравнения.
32. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка.
33. Структура общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка.
34. Метод неопределенных коэффициентов построения частного решения линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами и со специальной правой частью (на примере уравнений 2-го порядка).
35. Метод вариации произвольных постоянных для отыскания решения линейного неоднородного дифференциального уравнения (на примере уравнений 2-го порядка).
36. Принцип наложения решений.
37. Системы дифференциальных уравнений.
38. Метод исключения, сводящий решение системы  $n$ -го порядка к решению уравнения  $n$ -го порядка (на примере уравнений 2-го порядка).
39. Решать линейные системы дифференциальных уравнений 2-го порядка с постоянными коэффициентами, приводящиеся к

уравнению 2-го порядка, однородному или со специальной правой частью методом исключения.

40. Решать задачу Коши для уравнения или системы на основе общего решения.